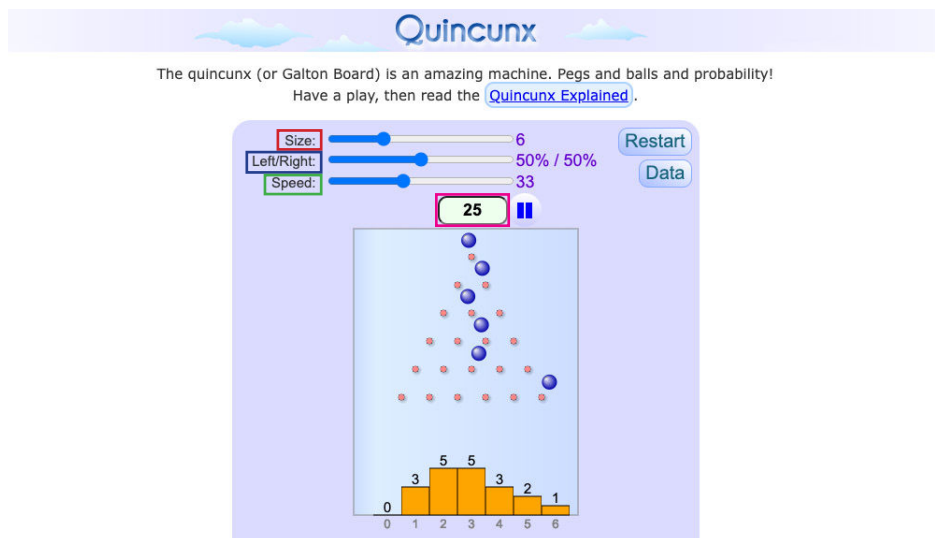
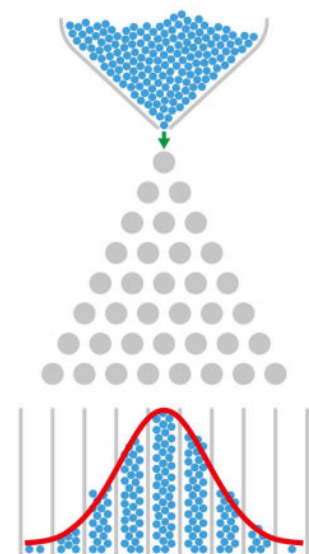


# Quincunx og normalfordeling



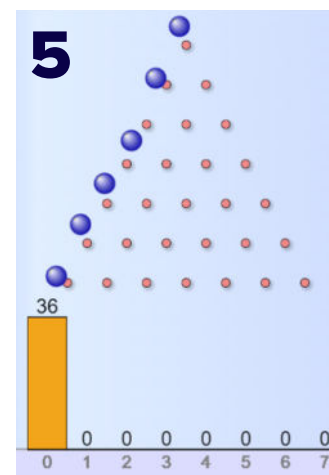
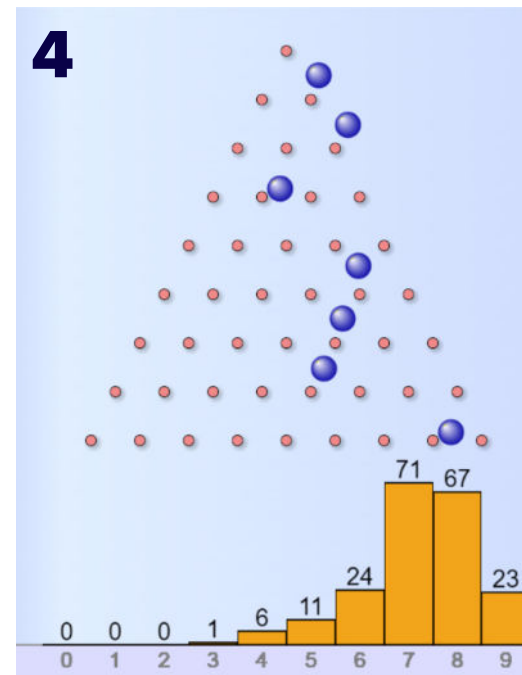
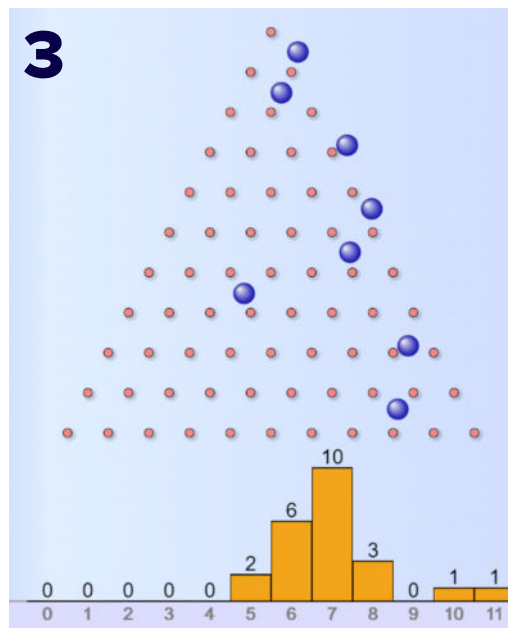
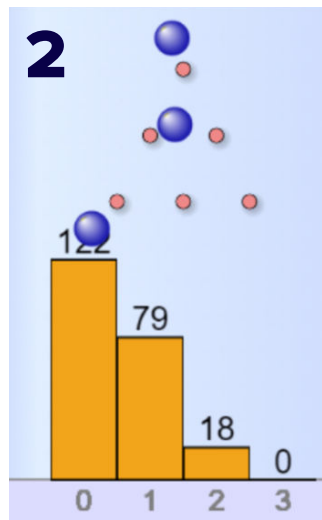
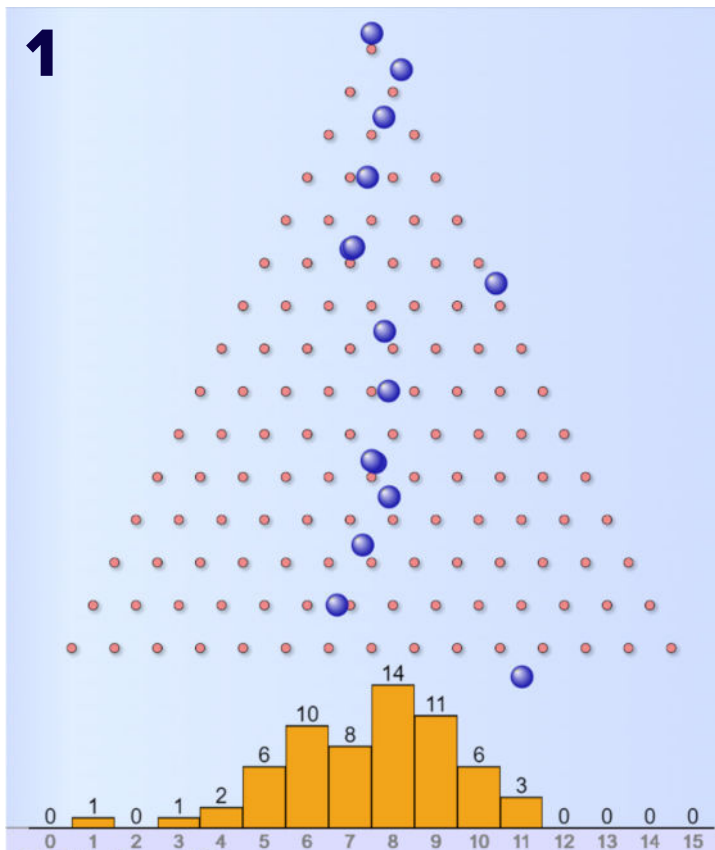
## Opgaver

1. Eksperimentér med Quincunx'en. Hvad betyder skyderne **Size**, **Left/Right** og **Speed**? Hvad betyder **tallet i kassen**?
2. Hvad kan der ske, når en kugle møder et søm? Hvad er sandsynlighederne for, at kuglen går den ene eller anden vej?
3. Hvilken bane rute skal en kugle følge for at havne længst til venstre?
4. Hvilken af kasserne for neden kommer der flest kugler i? Hvorfor? Hvilken af kasserne kommer der færrest kugler i? Hvorfor?
5. Hvordan skal man indstille **Size** og **Left/Right** for at resultatet ligner en klokkeformet kurve som den røde til højre mest muligt?



# Gæt Indstillingerne!

Beskriv med dine egne ord, hvordan du kom frem til dit gæt.



# Quincunx og normalfordeling

Til lærerne

## Læringsmål

Når eleverne har prøvet aktiviteten, indser de forhåbentligt

- at noget, der er resultatet af mange valg, bliver normalfordelt
- at normalfordelingen er en klokkekurve
- at normalfordelingen er symmetrisk
- evt at arealet under normalfordelingskurven er 100% - det hele

Brug evt de 5 billeder i **Gæt indstillingerne** som opfølgning på aktiviteten. Lad eleverne tælle antallet af rækker og enten tænke eller eksperimentere sig frem til, hvordan sandsynlighederne er indstillet, for at resultatet bliver som på billederne. Se svar på næste side.

## Perspektivering

### Kombinatorik og Sandsynlighedsregning

I kan regne på, hvor mange ruter gennem brættet, der er i alt ved hjælp af tælletræer eller binomialkoefficienter. Eller på hvor mange måder der er at havne i en given kasse. Billederne fra "Gæt Indstillingerne" kan levere konkrete eksempler at regne på.

### Samarbejde med biologi. Mål klassen

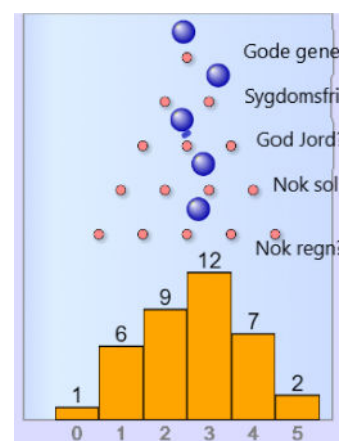
Hvordan en levende organisme vokser, er resultatet af mange, uafhængige valg. Derfor er næsten alle biologiske størrelser (længde, vægt o.s.v.) normalfordelte. Snak med eleverne om, hvad der skal til for at f.eks. et træ bliver højt. Sammenlign processen med en Quincunx.

Billedet illustrerer, at et træ skal have gode gener, undgå sygdomme, vokse i god jord, få nok sol og regn for at blive højt. Det svarer til 5 valg - 5 rækker på en Quincunx. Ved hvert valg er der en vis sandsynlighed for, at svaret bliver ja eller nej. Hvis denne sandsynlighed er ca 50% / 50% bliver resultatet normalfordelt.

Herefter kan man lade klassen undersøge forskellige biologiske størrelser. Det kunne være:

- vægten af kartofler
- længden af agurker
- størrelsen af forskellige af deres egne legemsdele: skostørrelser, hovedomkreds, længden af underarme

Resultaterne kan indtegnes i et histogram. Histogrammet skulle gerne ligne noget, der stammer fra en Quincunx.



# Teori og opgavesvar

## Hvorfor er normalfordelingen normal?

Fordelingen af kugler i kasser under et Galtonbræt nærmer sig til en normalfordeling. Når en kugle passerer igennem en Quincunx, bliver der foretaget lige så mange valg, som der er rækker. Med 6 rækker møder kuglen 6 søm, og ved hvert søm bevæger kuglen sig mod højre eller venstre. En kugle, der havner i den midterste kasse, har bevæget sig til venstre 3 gange og til højre 3 gange. En kugle, der havner yderst til venstre, har bevæget sig til venstre 6 gange. Der er kun én måde at gå til venstre på hver eneste gang, mens der er  $\frac{6!}{3!3!} = 20$  måder at bevæge sig 3 gange til venstre og 3 gange til

højre - f.eks. skiftevis højre venstre, eller først 3 gange til venstre og derpå 3 gange til højre.

Der vil være flest kugler i midten og få i siderne: mønsteret nærmer sig til en normalfordeling. Dette kaldes **Den Centrale Grænseværdisætning**.

### "Den Centrale Grænseværdisætning"

Hvis noget er et resultat af flere uafhængige, tilfældige valg, nærmer det sig til en normalfordeling.

## Svar

1. Eksperimentér med Quincunx'en. **Size**, **Left/Right** og **Speed**? Hvad betyder **tallet i kassen**?
  - **Size**: Antal rækker
  - **Left/Right**: Sandsynlighed for at gå til højre eller venstre
  - **Speed**: Hvor hurtigt der kommer nye kugler
  - **Tallet i kassen**: Antal kugler i alt indtil videre
2. Hvad kan der ske, når en kugle møder et søm? Hvad er sandsynlighederne for, at kuglen går den ene eller anden vej?
  - Kuglen kan gå til højre eller venstre med en vis sandsynlighed iflg **Left/Right**.
3. Hvilken bane rute skal en kugle følge for at havne længst til venstre?
  - Kuglen skal gå mod venstre ved hvert eneste søm.
4. Hvilken af kasserne for neden kommer der flest kugler i? Hvorfor? Hvilken af kasserne kommer der færrest kugler i? Hvorfor?
  - Flest kugler i midten. Der er flere måder at havne i den midterste kasse end i de yderste. Se Teoriafsnittet.
5. Hvordan skal man indstille **Size** og **Left/Right** for at resultatet ligner en klokkeformet kurve som den røde til højre mest muligt?
  - **Size**: Max, dvs 15
  - **Left/Right**: 50% / 50% fordi normalfordelingen er symmetrisk

### Gæt indstillingerne

Nr. og rækker	Nr. 1 med 15 rækker	Nr. 2 med 3 rækker	Nr. 3 med 11 rækker	Nr. 4 med 9 rækker	Nr. 5 med 7 rækker
Venstre/højre	50% / 50%	80% / 20%	35% / 65%	20% / 80%	100% / 0%